ACADEMIA C P I

Centro de Preparación de Ingenieros

C) Ríos Rosas nº 34, 28003 Madrid

Teléfono: 91 5426139- 915593300 – www.academiacpi.es

Curso: 2017-2018
Grado: GITI, GIO, IQ.
Asignatura: ***Física I***
Profesor: Eusebio Beamonte

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Magnitud: Es un concepto que observamos de un fenómeno o propiedad (Longitud, peso, velocidad etc).

Magnitudes físicas fundamentales: Son magnitudes independientes entre sí, no hay una ley física que las relacione y conforman una base en la que se expresa cualquier otra magnitud. (En la mecánica :Longitud **L**, tiempo **T** y masa **M**, en Termodinámica **L**, **T**, **M** y temperatura **t** etc.)
Magnitudes derivadas: Son las que están relacionadas con las anteriores mediante una ley física.
Ecuación de dimensiones: La ecuación de dimensiones de una magnitud **S** en una base **P**, **Q**, **R** es su expresión en esa base $[S] = P^{\alpha} Q^{\beta} R^{\gamma}$.
Si queremos obtener, por ejemplo, las dimensiones de la constante, **G**, que relaciona la fuerza de atracción entre dos cuerpos, a partir de su ley $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$, haremos:

$G = \frac{F \cdot d^2}{M \cdot m}$; Las dimensiones de cada magnitud son: $[F] = M^1 L^1 T^{-2}$, $[d] = L^1$, $[M] = [m] = M^1$

y sustituyendo tenemos $\underline{[G] = \frac{M \cdot L \cdot L^2}{T^2 \cdot M^2} = L^3 \cdot T^{-2} \cdot M^{-1}}$

Cuando un fenómeno físico se plasma en una ley, las ecuaciones que traducen ésta deben tener las mismas dimensiones en sus dos miembros. Esta relación es la que estudia el análisis dimensional y nos permite, salvo constantes, establecer cómo depende de cada magnitud.

Imaginemos que queremos relacionar la potencia, **P**, desarrollada por el motor de un helicóptero con el empuje vertical que produce, **E**, que intuimos que depende de la longitud de sus alas, **L**, y de la densidad del aire, **ρ**. La función que buscamos por tanto será del tipo **P=f(E,L,ρ)**.
Dimensionalmente tendremos que: $P^{\alpha} = E^{\beta} \cdot L^{\gamma} \cdot \rho^{\delta}$. La ecuación de dimensiones de las magnitudes que intervienen son $[P] = M^1 L^2 T^{-3}$, $[E] = M^1 L^1 T^{-2}$, $[L] = L^1$, $[\rho] = ML^{-3}$ y sustituyendo tenemos: $[M^1 L^2 T^{-3}]^{\alpha} = [M^1 L^1 T^{-2}]^{\beta} \cdot [L^1]^{\gamma} \cdot [ML^{-3}]^{\delta}$. Haciendo α=1 resulta el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} L: 2 = \beta + \gamma - 3\delta \\ T: -3 = -2\beta \\ M: 1 = \beta + \delta \end{cases}$$

Resolviendo el sistema: $\beta = \frac{3}{2}$, $\delta = -\frac{1}{2}$, $\gamma = -1$ quedando $P = K \cdot E^{\frac{3}{2}} \cdot L^{-1} \cdot \rho^{-\frac{1}{2}}$

o bien $\boxed{P = K \cdot \sqrt{\frac{E^3}{L^2 \cdot \rho}}}$ donde K es una constante.

MEDIDAS

Cuando realizamos una medida de forma reiterada bajo las mismas condiciones los valores obtenidos no son idénticos porque existen factores (**magnitudes de influencia**) que influyen en el proceso y que no podemos controlar por ejemplo la temperatura a la que se realiza el proceso.

El resultado de una medición por tanto sólo es completo cuando se cuantifica la posible desviación de la medida.

Medidas DIRECTAS: Son aquellas que obtenemos al realizar **n** veces la medición de la cantidad (mensurando). El valor "bruto" que adoptaremos como resultado será la MEDIA GEOMÉTRICA de los valores obtenidos

$$\boxed{\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}}$$

CORRECCIONES

• **Corrección de calibración** (**Cc**)**:** Es un coeficiente determinado, en cada punto de la escala, que corrige el desajuste de la medida respecto de la real debido a alteraciones de uso etc. Se obtiene midiendo unidades patrón.

• **Corrección de referencia** (**C_i**)**:** Se introducen cuando las condiciones en las que se realizan las medidas, por ejemplo ambientales, difieren de las de calibración.

• **Corrección por redondeo a la división de escala** (**C_E**)**:** Es desconocida pero su valor está comprendido entre -E/2 y E/2 siendo **E** la "**DIVISIÓN DE ESCALA**" (cantidad más pequeña que puede medir el instrumento), suele asignársele valor nulo.

INCERTIDUMBRE:

Es el parámetro que nos indica la calidad de una medida

• **Incertidumbre típica (u)** de una **medida directa**: Coincide con la desviación típica de la muestra, por tanto, tomaremos, para un número de mediciones **n** ≥ 5, el valor:

$$\boxed{u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n\cdot(n-1)}}}$$ y el resultado de la medida será $x = \overline{x} \pm u$

Para un número de mediciones **n** < 5 tomaremos como incertidumbre típica la precisión del instrumento de medida.

ACADEMIA C P I

Centro de Preparación de Ingenieros

C) Ríos Rosas nº 34, 28003 Madrid

Teléfono: 91 5426139- 915593300 – www.academiacpi.es

Curso: 2017-2018
Grado: GITI, GIO, IQ.
Asignatura: ***Física I***
Profesor: Eusebio Beamonte

• **Incertidumbre típica** de una medida **indirecta**: La magnitud **y** que queremos medir está relacionada con otras magnitudes, $\mathbf{x_q}$, independientes entre sí, mediante una ley geométrica o física $\mathbf{y = f(x_q)}$. Por ejemplo para obtener el volumen **V** de un prisma recto, podemos medir las longitudes de tres aristas concurrentes en uno de sus vértices $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$ y $\mathbf{x_3}$.

La **Incertidumbre Típica**, **u**, la obtendremos con (**Ley de propagación de incertidumbre**):

$$\boxed{u(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2\cdot u^2(x_i)}} \quad =\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2\cdot u^2(1)+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2\cdot u^2(2)+\dots\dots\dots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_q}\right)^2\cdot u^2(q)}$$

donde $\mathbf{u(x_i)}$, es la **Incertidumbre típica** de cada una de las magnitudes independientes, suele ser dato o se calcula con la media aritmética.

• **Incertidumbre relativa** (**U**): Es la relación entre la incertidumbre típica de una función y la propia función $\frac{u(y)}{y}$, es por tanto adimensional y se suele expresar en %.

• **Incertidumbre expandida** ($\mathbf{u_{exp}}$): Es el resultado de multiplicar el valor de la incertidumbre por un factor **K** (Factor de cobertura) para garantizar, con un % de probabilidad (que depende del valor de **K**), que la medida **x** se encontrará en el intervalo $\mathbf{x \pm u_{exp} = x \pm K \cdot u_x}$.

En la mayoría de las medidas industriales un nivel de confianza del 95% se obtiene con un factor de cobertura **K**=2.

<u>Pasos para obtener el valor de una medida directa</u>

- Obtenemos la media y redondeamos con la precisión de la división de escala $\bar{x}=\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{n}$
- Tomamos como valor corregido el de la media más las correcciones $x=\bar{x}+C_C+C_E$
- Calculamos la incertidumbre típica $u(y)=\sqrt{u^2+u_{CC}^2+u_{CE}^2}$ siendo

la incertidumbre típica de la medida es: $u=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n\cdot(n-1)}}$

la incertidumbre típica de la corrección de escala es: $u_{CE}=\frac{E/2}{\sqrt{3}}$ con **E** (factor de escala)

- Si queremos un nivel de confianza del 95% hacemos $\mathbf{u_{exp} = K \cdot u(y)}$
- La medida será: $\boxed{x=\bar{x}\pm u_{\exp}}$